

Grado en Biotecnología – Análisis Matemático

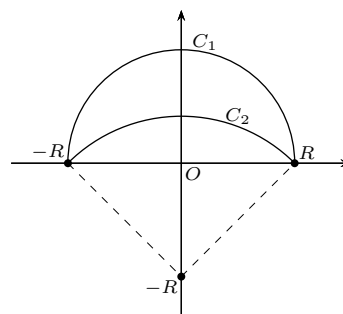
1. Considera la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Expresa dicha matriz en la forma $\mathbf{M} = \mathbf{PDP}^{-1}$ donde \mathbf{D} es una matriz diagonal.
- b) Calcula el límite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5^n} \mathbf{M}^n$.
2. Una población de hembras está dividida en dos grupos de edad: jóvenes (que incluye a las recién nacidas) y adultas. En cada período 1/2 de las jóvenes llegan a adultas. El número medio de crías hembras por cada hembra joven es de 3/2 y el de las adultas es de 2. Sea $\mathbf{X}(n) = (j(n), a(n))^T$ el vector que nos da la población de jóvenes y adultos en la etapa n .
- a) Comprueba que la dinámica de la población responde al modelo $\mathbf{X}(n+1) = \mathbf{MX}(n)$ donde \mathbf{M} es una matriz de Leslie.
- b) Calcula la matriz $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\lambda^n} \mathbf{M}^n$ donde λ es el valor propio dominante.
- c) Discute el comportamiento en el futuro de la población y calcula las proporciones a largo plazo de los grupos de edad.
- d) Suponiendo que $\mathbf{X}(0) = (100, 200)$, calcula $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\lambda^n} \mathbf{X}(n)$ y deduce un valor aproximado de $\mathbf{X}(n)$ para valores grandes de n .
3. Calcula las dimensiones en centímetros (radio y altura) de una lata cilíndrica de un litro de capacidad cuyo costo de producción sea mínimo. Se supone que no se desperdicia aluminio al cortar los lados de la lata, pero las tapas de radio r se cortan de cuadrados de lado $2r$ por lo que se produce una pérdida de metal. Justifica que el resultado obtenido es un mínimo absoluto.

4.

Calcula el área de la luna formada por la intersección de la parte superior de los círculos C_1 de centro el origen y radio R y C_2 de centro $(0, -R)$ y radio $\sqrt{2}R$. Calcula el volumen del sólido obtenido al girar dicha luna alrededor del eje de abscisas.



5. Clasifica los puntos críticos para determinar los extremos relativos del campo escalar $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dado para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ por:

$$f(x, y) = 2xy - 2x^3y - xy^2 + x^3y^2$$

Pondré las calificaciones en PRADO (Avisos) el día 22. Revisión de exámenes el día 23 de 11h a 13h.

Granada, 20 de enero de 2020.